

## 6. Übungsblatt

### 1. Aufgabe

Geben Sie eine RAM an, welche die folgende Funktion  $g$  über den natürlichen Zahlen berechnet. Dabei soll für alle natürlichen Zahlen  $x_1$  gelten:  $g(x_1) = \max(\{y \mid y^2 \leq x_1\})$ .

**Hinweis:** Die Funktion ordnet einer gegebenen Zahl  $x_1$  das größte  $y$  mit  $y^2 \leq x_1$  zu. Insbesondere gilt also  $g(0) = 0$ ,  $g(1) = 1$ ,  $g(2) = 1$ ,  $g(3) = 1$  sowie  $g(4) = 2$ .

### 2. Aufgabe

Welche ein- bzw. zweistellige Funktion über den natürlichen Zahlen wird von der wie folgt gegebenen Turing-Maschine  $M$  berechnet? Dabei seien  $q_0$  der Startzustand und  $q_e$  der Endzustand der Turing-Maschine  $M$ .

Zustandsüberföhrungsfunktion von  $M$ :

	B	0	1
$q_0$		$(q_1, B, L)$	$(q_2, B, R)$
$q_1$	$(q_e, 0, N)$		
$q_2$	$(q_e, 1, N)$	$(q_2, B, R)$	$(q_2, B, R)$

**Hinweis:** Beachten Sie, daß die gegebene Turing-Maschine  $M$  als Eingabe natürliche Zahlen in Binärdarstellung verarbeitet.

**Hinweis:** Der letzte Hinweis bezieht sich auch auf die folgenden Aufgaben auf diesem Übungsblatt.

### 3. Aufgabe

Geben Sie eine Turing-Maschine an, die folgende einstellige Funktion  $g$  über den natürlichen Zahlen berechnet. Dabei soll für alle natürlichen Zahlen  $x_1$  gelten:  $g(x_1) = x_1 - 1$ , falls  $x_1 \geq 1$ , und  $g(x_1) = 0$ , sonst.

### 4. Aufgabe

Geben Sie eine Turing-Maschine an, die folgende zweistellige Funktion  $g$  über den natürlichen Zahlen berechnet. Dabei soll für alle natürlichen Zahlen  $x_1$  und  $x_2$  gelten:  $g(x_1, x_2) = 1$ , falls  $x_1 = 2 \cdot x_2$ , und  $g(x_1, x_2) = 0$ , sonst.

## 5. Aufgabe

Gegeben sei eine Turing-Maschine  $M$  mit dem Endzustand  $q_e$ . Es sei  $f_M$  die von  $M$  berechnete einstellige Funktion über den natürlichen Zahlen. Geben Sie eine Turing-Maschine  $M'$  an, so daß für die von  $M'$  berechnete einstellige Funktion  $f_{M'}$  gilt:  $f_{M'}(x_1) = f_M(x_1) + 1$  für alle natürlichen Zahlen  $x_1$ .