

## 4. Übungsblatt

### 1. Aufgabe

Es sei  $M$  die wie folgt induktiv definierte Menge von Termen:

- (i) Die Konstante  $a_1$  ist ein Term, der zur Menge  $M$  gehört.
- (ii) Die Konstante  $a_2$  ist ein Term, der zur Menge  $M$  gehört.
- (iii) Es seien  $t_1$  und  $t_2$  Terme, die zur Menge  $M$  gehören. Dann sind  $f(t_1)$  und  $g(t_1, t_2)$  Terme, die zur Menge  $M$  gehören.

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  mit  $L(G) = M$  an.

### 2. Aufgabe

Es sei die folgende kontextfreie Grammatik  $G = [\Sigma, V, S, R]$  mit  $\Sigma = \{a, b, c\}$ ,  $V = \{S, H\}$ , dem Startsymbol  $S$  und der folgenden Regelmengemenge  $R$  gegeben:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bSb \mid H \\ H &\rightarrow H' \mid aH \mid a \\ H' &\rightarrow H \mid c \end{aligned}$$

Überprüfen Sie unter Verwendung des Cocke-Younger-Kasami-Algorithmus, ob die Wörter  $w_1$ ,  $w_2$  und  $w_3$  zur Sprache  $L(G)$  gehören.

- $w_1 = bbacbb$
- $w_2 = bbaabb$
- $w_3 = bbccbb$

### 3. Aufgabe

Es sei  $L = \{0^n \# 0^n \# 0^n \mid n \geq 1\}$ . Zeigen Sie, daß die Sprache  $L$  nicht kontextfrei ist.

### 4. Aufgabe

Geben Sie eine RAM an, welche die folgende Funktion  $g$  über den natürlichen Zahlen berechnet. Dabei soll für alle natürlichen Zahlen  $x_1$  gelten:  $g(x_1) = \max(\{y \mid y^2 \leq x_1\})$ .

**Hinweis:** Die Funktion ordnet einer gegebenen Zahl  $x_1$  das größte  $y$  mit  $y^2 \leq x_1$  zu. Insbesondere gilt also  $g(0) = 0$ ,  $g(1) = 1$ ,  $g(2) = 1$ ,  $g(3) = 1$  sowie  $g(4) = 2$ .

## 5. Aufgabe

Welche ein- bzw. zweistellige Funktion über den natürlichen Zahlen wird von der wie folgt gegebenen Turing-Maschine  $M$  berechnet? Dabei seien  $q_0$  der Startzustand und  $q_e$  der Endzustand der Turing-Maschine  $M$ .

Zustandsüberföhrungsfunktion von  $M$ :

	B	0	1
$q_0$		$(q_1, B, L)$	$(q_2, B, R)$
$q_1$	$(q_e, 0, N)$		
$q_2$	$(q_e, 1, N)$	$(q_2, B, R)$	$(q_2, B, R)$

**Hinweis:** Beachten Sie, daß die gegebene Turing-Maschine  $M$  als Eingabe natürliche Zahlen in Binärdarstellung verarbeitet.