

Lineare Algebra II für Informatiker, 2. Semester

Lösungshinweise Übungsaufgaben, Serie 2

1. a)

$$\lambda_1 = 2, \quad \lambda_2 = 0, \quad x_1 = \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix},$$

b)

$$\lambda_1 = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}, \quad \lambda_2 = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}, \quad x_1 = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2} \\ 1 \end{pmatrix},$$

c)

$$\lambda_1 = 2 + 4i, \quad \lambda_2 = 2 - 2i, \quad x_1 = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} - \frac{\sqrt{5}i}{3} \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} + \frac{\sqrt{5}i}{3} \\ 1 \end{pmatrix},$$

d)

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_{2/3} = 0, \quad x_1 = \begin{pmatrix} i \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} i \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

2. a) nein, b) nein, c) nein, d) ja, e) nein, f) nein.

3. Für alle Werte ϑ und φ aus dem angegebenen Bereichen sind die Matrizen A und B orthogonal.

4. Die Menge besteht nur aus der Einheitsmatrix

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5.

- a) positiv definit
- b) weder positiv definit noch positiv semidefinit
- c) positiv semidefinit
- d) positiv definit
- e) positiv definit
- f) positiv semidefinit
- g) positiv semidefinit
- f) positiv definit

6.

7. a) $a = 0,618\,034$, $b = 1,618\,034$, $\varphi_a = 121,7^\circ$, $\varphi_b = 31,7^\circ$, $F = \pi$,

b)

$$a = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad b = 1, \quad \varphi_a = \frac{\pi}{4}, \quad \varphi_b = \frac{3\pi}{4}, \quad F = \frac{\pi}{\sqrt{3}}.$$

8.

$$a = 0,284\,071, \quad b = 0,558\,538, \quad c = 1,575\,331, \quad V = \frac{\pi}{3},$$

$$\omega_a = \begin{pmatrix} 0,1440\,032 \\ 0,113\,083 \\ 0,230\,515 \end{pmatrix}, \quad \omega_b = \begin{pmatrix} -0,812\,214 \\ 0,535\,883 \\ 0,230\,515 \end{pmatrix}, \quad \omega_c = \begin{pmatrix} -0,134\,619 \\ -0,303\,194 \\ 0,230\,515 \end{pmatrix}.$$

9.

$$a = \frac{1}{s}, \quad b = \frac{1}{t}, \quad \varphi_a = 0^\circ, \quad \varphi_b = 90^\circ.$$

10.

$$\lambda_1 = 24, \quad \lambda_2 = 14, \quad x_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Die zum größten Eigenwert λ_1 gehörende Richtung ist $\varphi_1 = 116,6^\circ$.

11.

$$\lambda_1 = 8901,2, \quad \lambda_2 = 119,835, \quad x_1 = \begin{pmatrix} 0,984\,636 \\ 0,174\,621 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} -0,174\,621 \\ 0,984\,636 \end{pmatrix}.$$

Der zum größten Eigenvektor gehörende Anstieg beträgt

$$a = \frac{0,174\,621}{0,984\,636} = 0,177\,346.$$