

Lineare Algebra II für Informatiker, 2. Semester

Lösungshinweise Übungsaufgaben, Serie 1

1. a) Eigenwerte: $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$,
Eigenvektoren: $x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,
 - b) Eigenwerte: $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 2$,
Eigenvektoren: $x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $x_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,
 - c) Eigenwerte: $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$,
Eigenvektor: $x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,
 - d) Eigenwerte: $\lambda_1 = 6$, $\lambda_2 = 2$,
Eigenvektoren: $x_1 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix}$, $x_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{3} \\ 1 \end{pmatrix}$,
 - e) Eigenwerte: $\lambda_1 = 1 + i$, $\lambda_2 = 1 - i$,
Eigenvektoren: $x_1 = \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}$, $x_2 = \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$,
 - f) Eigenwerte: $\lambda_1 = 2 + 2i$, $\lambda_2 = 2 - 2i$,
Eigenvektoren: $x_1 = \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}$, $x_2 = \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$.
-
2. a) $\lambda_1 = 1 + i$, $\lambda_2 = 1 - i$, $\lambda_3 = 1$,
b) $\lambda_1 = 1 + i$, $\lambda_2 = 1 - i$, $\lambda_3 = 2 + 2i$, $\lambda_4 = 2 - 2i$,
c) $\lambda_1 = 1 + i$, $\lambda_2 = 1 - i$, $\lambda_3 = 2 + 2i$, $\lambda_4 = 2 - 2i$, $\lambda_5 = 3 + 3i$, $\lambda_6 = 3 - 3i$.
-
3. a) Eigenwerte: $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 3$,
Eigenvektoren: $x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $x_3 = \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$,
 - b) Eigenwerte: $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 1$,
Eigenvektoren: $x_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $x_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $x_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,
 - c) Eigenwerte: $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = -3$,
Eigenvektoren: $x_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $x_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $x_3 = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$.
-
4. $\varphi = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
 5. Ja, ja!