

**Aufgabe 21**

Berechnen Sie zu den Daten aus Aufgabe 19 die bei statistischer Unabhängigkeit beider Merkmale zu erwartenden relativen Häufigkeiten. Vergleichen sie die erhaltenen Werte mit den tatsächlichen relativen Häufigkeiten und interpretieren Sie das Ergebnis!

**Aufgabe 22**

Zwei Merkmale  $X$  und  $Y$  seien bei  $n$  Merkmalsträgern gleichzeitig erhoben worden. Die Urliste sei also in der Form  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$  gegeben. Es soll nun das Summenmerkmal  $X + Y$  untersucht werden, das beim  $i$ -ten Merkmalsträger die Ausprägung  $x_i + y_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , hat. Zeigen Sie, daß bei statistischer Unabhängigkeit beider Merkmale für die Varianz  $s_{X+Y}^2$  des Summenmerkmals gilt:

$$s_{X+Y}^2 = s_X^2 + s_Y^2$$

Interpretieren Sie diese Formel.

**Aufgabe 23**

Zeigen Sie, daß für die Kovarianz zweier stetiger Merkmale  $X$  und  $Y$  folgende Abschätzung gilt:

$$|Cov(X, Y)| \leq s(X)s(Y)$$

Benutzen Sie dafür die *Cauchy-Schwarz'sche Ungleichung*:

$$\left( \sum_{i=1}^n x_i y_i \right)^2 \leq \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i^2 \right),$$

die für alle  $n \in \mathbb{N}$  und alle  $x_i, y_i \in \mathbb{R}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , gilt.

**Aufgabe 24**

In 8 zufällig ausgewählten Ländern wurde das Bevölkerungswachstum und die Fruchtbarkeitsrate (definiert als die durchschnittliche Anzahl von Geburten einer gebärfähigen Frau) erhoben. Die Daten stellen sich wie folgt dar:

Land	Fruchtbarkeitsrate (in %)	Bevölkerungswachstum (in%)
Ägypten	3	1.8
Türkei	2	1.1
Vereinigte Arabische Emirate	3.1	1.6
Jamaika	2	0.7
Mauretanien	5	2.9
Island	1.7	1
Tadschikistan	4.1	2.1
Gabun	4.7	2.4

Zeichnen Sie das Streudiagramm und berechnen Sie die Kovarianz der beiden Merkmale. Interpretieren Sie das Ergebnis.

**Aufgabe 25**

Ein Kommilitone von Ihnen behauptet, der Korrelationskoeffizient von Pearson zu den Daten aus Aufgabe 27 sei -0.27. Wieso können Sie diese Aussage sofort mit

Hilfe des Streudiagrammes oder der von Ihnen berechneten Kovarianz widerlegen? Berechnen Sie danach den (korrekten) Wert des Korrelationskoeffizienten von Pearson und kommentieren Sie das Ergebnis.