Hochschule Darmstadt
FB Informatik
Prof. Dr. A. del Pino

5. Juni 2007

Genetische Algorithmen
Übungen zu genetischen Operatoren

* Aufgabe 1
Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass die **fett unterstrichen** markierte Gruppe von Genen durch Mutation mit $p_m = 0.01$ *nicht verändert* wird ?

101001**0**1010001011011**01**01010010101**1**00**101**1110111

** Aufgabe 2
Betrachten Sie einen Bitstring der Länge L. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Ergebnis eines L-1 Punkt-Crossovers das gleiche ist wie bei einem uniformen Crossover mit $p_c = 0.5$?

* Aufgabe 3
Betrachten Sie folgende beiden Chromosome mit jeweils vier Genen ($g1$, ... , $g4$):
A = (10.5, 20.0, 5.4, 40.2) und B = (19.0 10.4, 4.6, 4.8). Wie sehen die Nachkommen bei einer *einfachen arithmetischen Rekombination* mit k=2, einer *single artithmetic recombination* mit k=3, und einer *whole arithmentic recombination* aus? In allen Fällen soll f=0.1 sein. Hinweis: $k=j$ bedeutet, dass die Chromosomen zwischen gj und gj+1 aufgetrennt werden.

** Aufgabe 4
Betrachten Sie folgende beiden Chromomen mit jeweils neun Genen ($g1$, ..., $g9$), welche die Permutation von Städten in einer Rundreise repräsentieren: A = (8 4 3 7 2 9 1 5 6) und B = (2 9 5 3 1 6 4 7 8). Wie sehen deren Nachkommen nach Anwenden des *PMX-Operators* mit $k1$=3 und $k2$=7 aus? Wie sehen deren Nachkommen nach Anwenden des *OX-Operators* mit $k1$=3 und $k2$=7 aus? Hinweis: $ki=j$ bedeutet, dass die Chromosomen zwischen gj und gj+1 aufgetrennt werden.

** Aufgabe 5
Betrachten Sie folgende beiden Chromomen mit jeweils neun Genen ($g1$, ..., $g13$), welche die Permutation von Buchstaben repräsentieren: A = (a b c d e f g h i j k l m) und B = (c h f g i a j m k l e d b). Wie sehen deren Nachkommen nach dem Anwenden des *Cycle Crossover* Operators aus ? Wie viele, und welche Zyklen gibt es?

*** Aufgabe 6
Auf dem Weg zur „Genetische Algorithmen"-Vorlesung kommen Sie bei Ihrem Obsthändler vorbei und sehen, wie er Orangen zu einer Pyramide auftürmt. Sie fragen sich ob dies eine besonders *platzsparende* Methode ist, und ob es vielleicht noch bessere Möglichkeiten gibt, Orangen zu stapeln. Skizzieren Sie einen genetischen Algorithmus, der Ihnen bei der Untersuchung dieser Frage weiterhilft.

Lösungen

Aufgabe 1
Die Wahrscheinlichkeit dass ein Bit geändert wird, ist p_m. Somit ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Bit *nicht* geändert wird ist also $(1 - p_m)$. Da bei der Mutation jedes Bit *unabhängig* voneinander betrachtet wird, ist die Antwort auf diese Aufgabe davon abhängig, wieviele Bits es in der betrachteten Gruppe gibt. In unserem Fall sind dies 7 Bits. Die Wahrscheinlichkeit dass diese Gruppe durch Mutation nicht verändert wird, beträgt also $(1 - p_m)$ ^ 7.

Aufgabe 2
Bei einem Bitstring der Länge L führt ein L-1 Punkt-Crossover zu einem Reißverschluss-artigem Austausch der Gene: aus A=(a1, a2, a3, a4, ..., al) und B=(b1, b2, b3, b4, ..., bl) wird also NK_1= (a1, b2, a3, b4, ...) und NK_2=(b1, a2, b3, a4, ...). Ob das letzte Gen von NK_1 von A oder B stammt hängt davon ab, ob L gerade oder ungerade ist, die Lösung zu dieser Aufgabe ist aber davon unabhängig.
Ein uniformer Crossover mit p_c=0.5 kann hier durch L Münzwürfe durchgeführt werden. Dabei muss abwechselnd Kopf und Zahl erscheinen, damit das jeweils betrachetete Gen vom A- bzw. B-Elternteil übernommen wird und sich somit das Reißverschluss-Muster ergibt. Die Wahrscheinlichkeit hierfür beträgt p_c ^ L.

Aufgabe 3
A = (10.5, 20.0, 5.4, 40.2) und *B* = (19.0 10.4, 4.6, 4.8)
Einfache arithm. Rekombination: NK_1 = (19.0 10.4 4.68 8.34) und NK_2 = (10.5 20.0 5.32 36.66)
Single arith, Recombination: NK_1 = (19.0 10.4 4.68 4.8) und NK_2 = (10.5 20.0 5.32 40.2)
Whole arith. Recombination: NK_1 = (18.15 11.36 4.68 8.34) und NK_2 = (11.35 19.04 5.32 36.66)

Augabe 4
PMX-Operator: (8 2 7 3 1 6 4 5 9) und (4 6 5 7 2 9 1 3 8).
OX-Operator: (3 6 4 7 2 9 1 8 5) und (7 2 9 3 1 6 4 5 8).

Aufgabe 5
Ergebnis des Cycle-Crossovers: (a h c d i f g m k j e l b) und (c b f g e a j h i l k d m).
Es gibt vier Zyklen:
Zyklus 1 lautet: a → c → f → a ...
Zyklus 2 lautet: b → h → m → b ...
Zyklus 3 lautet: d → g → j → l → d ...
Zyklus 4 lauet: e → i → k → e ...

Aufgabe 6
Idealisieren Sie die Orangen durch gleich große Kugeln. Ein Lösungskandidat besteht aus einem Vektor von 3D-Koordinaten (*xi,yi,zi*) der Mittelpunkte von *n* Kugeln. Die Population besteht aus *m* Lösungskandidaten. Die Fitnessfunktion beschreibt das Volumen des umfassenden Quaders zu allen *n* Kugeln eines Lösungskandidaten und wird *minimiert*. Durchschneiden sich zwei Kugeln, weil ihre Mittelpunkte weniger als 2**r* voneinander entfernt sind, dann ist die Fitness ein sehr hoher Wert, um solche ungültigen Lösungskandidaten als schlecht zu bewerten. Man kann einen der drei arithmetischen Crossover-Operatoren verwenden. Bei der Mutation bietet sich *creep mutation* an.