

13. Aliasing und Antialiasing

13.1. Einführung

Bei der Scankonvertierung von Strecken treten im Ergebnis die bekannten und i.a. unerwünschten Treppeneffekte auf. Derartige Treppen sind Artefakte, die durch **Aliasing** hervorgerufen werden. Dabei wird der Begriff Aliasing, der aus der Theorie der Signalverarbeitung stammt, in der Computergraphik recht großzügig verwendet. Er bezeichnet eigentlich immer unerwünschte Artefakte im synthetisierten Bild. Derartige Effekte treten z.B. insbesondere bei der Erzeugung von Texturen, beim Ray Tracing oder bei der Animation von Bildern auf. Sie machen sich dadurch bemerkbar, daß sich hohen Frequenzen niedrige Frequenzen überlagern. Der Effekt ist aus der Kinogeschichte bekannt (Abb. 13.1.).

Von einem sich im Uhrzeigersinn drehenden Rad (hier zur besseren Veranschaulichung mit einer eingefärbten Speiche) werden in diskreten Zeitabständen Aufnahmen gemacht. Zwischen 2 aufeinanderfolgenden Aufnahmen dreht sich das Rad um mehr als 180° . Beim Abspielen der Aufnahme- folge scheint sich das Rad (langsamer) rückwärts zu drehen.

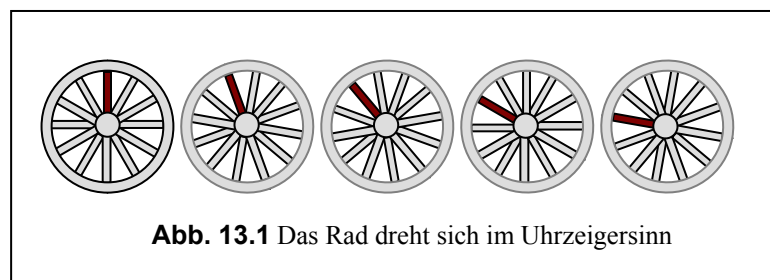


Abb. 13.1 Das Rad dreht sich im Uhrzeigersinn

13.2. Unterabtastung

Dieser Effekt kommt durch eine sog. **Unterabtastung** zustande. Dabei wird ein grundlegendes Theorem der Signalabtastung verletzt. Abb. 13.2a zeigt ein Beispiel, in dem keine Unterabtastung stattfindet, das Abtasttheorem also nicht verletzt wird. Das Signal ist eine Sinusfunktion, die in diskreten Zeitabschnitten abgetastet wird. Die Abtastrate ist 12 mal höher als die Signalfrequenz. Abb. 13.2b zeigt, dass das Signal aus den abgetasteten Werten originalgetreu rekonstruiert werden kann.

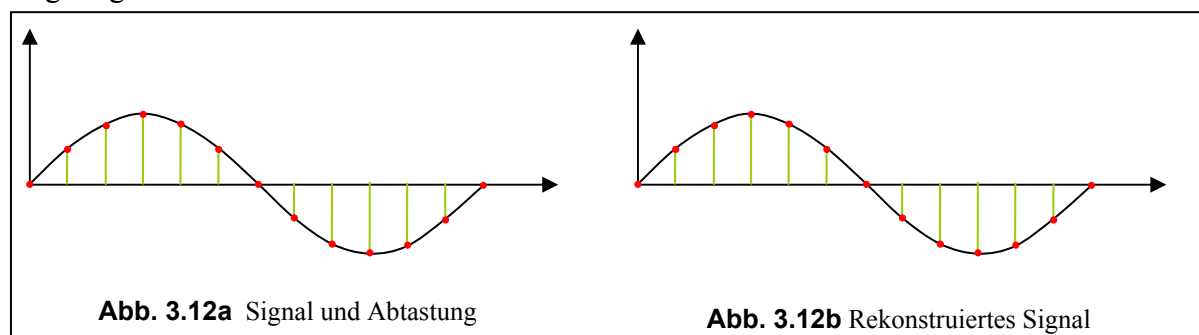
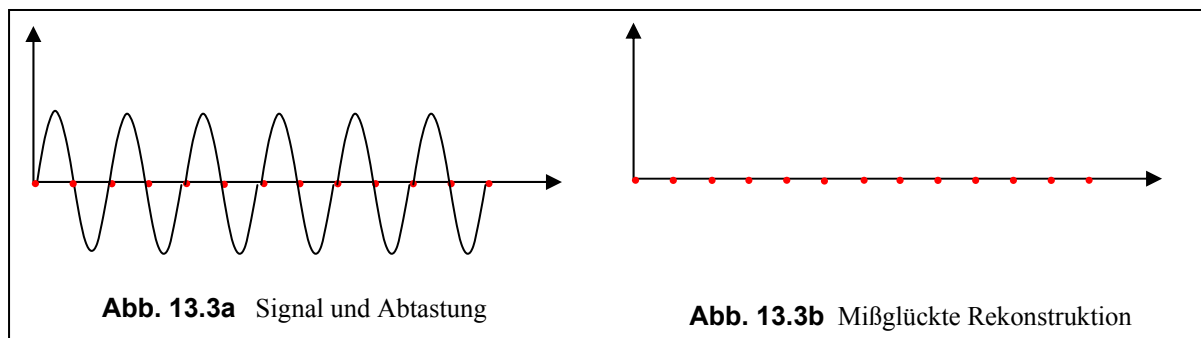


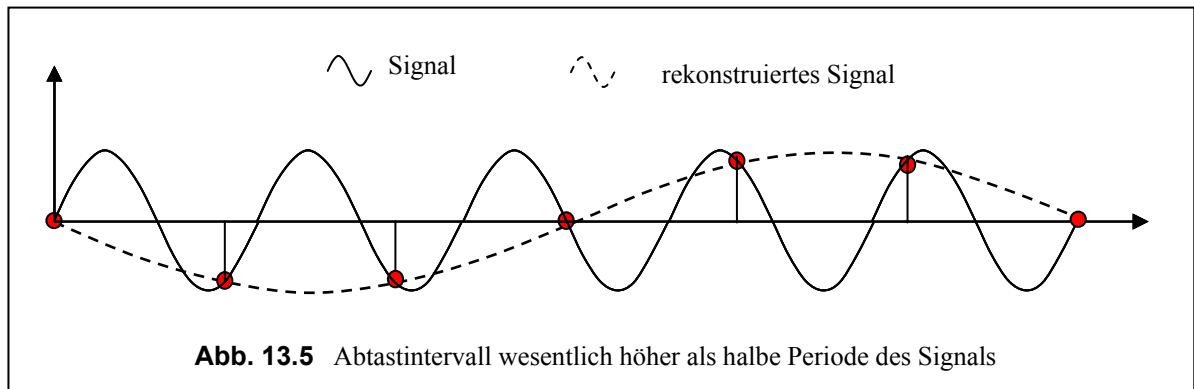
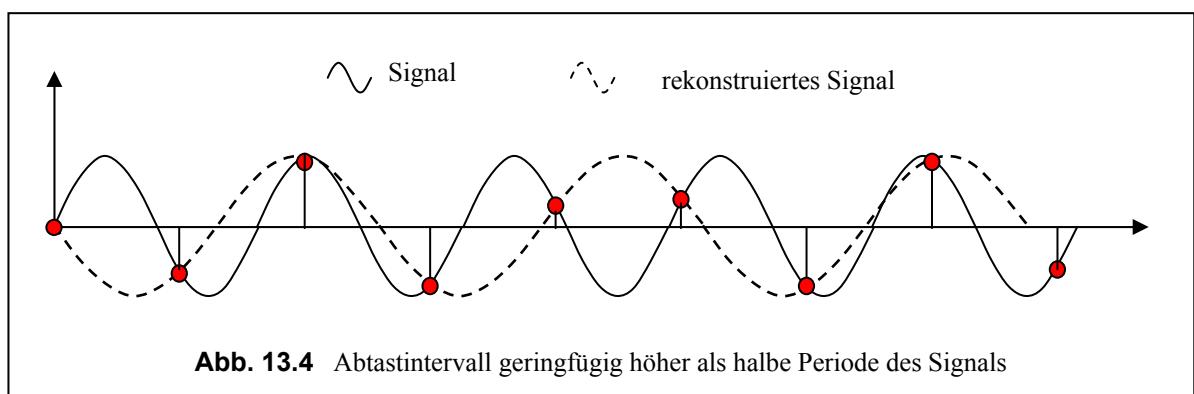
Abb. 3.12a Signal und Abtastung

Abb. 3.12b Rekonstruiertes Signal

In Abb. 13.3a wird ein Signal, das eine 6 mal höheren Frequenz gegenüber Abb. 13.2a besitzt, abgetastet. Die Abtastrate bleibt gegenüber dem obigen Beispiel gleich. Wie der Abbildung 13.3b zu entnehmen ist, kann das Signal nicht mehr rekonstruiert werden. Das Beispiel zeigt den Grenzfall zur Unterabtastung.



In den beiden Abbildungen 13.4 und 13.5 ist die Abtastfrequenz noch niedriger als im Fall der Abb. 13.3. Die gestrichelten Kurven sind die sich hierbei ergebenden niedrigeren Aliasfrequenzen.



Ein kontinuierliches Signal von begrenzter Bandbreite kann durch eine Menge von Abtastungen, die in äquidistanten Zeitabschnitten erfolgen, vollständig repräsentiert werden. Voraussetzung hierfür ist, daß die **Abtastungen häufiger als mit der halben Periode** der höchsten auftretenden Frequenz erfolgen. Mit anderen Worten: Die Abtastfrequenz muss mehr als doppelt so hoch wie die höchste Frequenz im Frequenzgemisch der Signalfunktion sein (**Abtasttheorem von Shannon/ Nyquist**). (Tiefer und auch auf die Theorie der Fourieranalyse gehen ^[WAT98] und ^[FOL90] ein).

Aliasing tritt also in folgenden Fällen auf:

- Die Bandbreite der abzutastenden Information ist nicht begrenzt (es treten also unendlich hohe Frequenzen auf). Auch bei noch so hohen Abtastfrequenzen ist Aliasing dann unvermeidlich.
- Ist die Bandbreite begrenzt, so treten nur bei Frequenzen die höher als die halbe

^[WAT98] Watt A.

The Computer Image, Addison-Wesley, 1998

^[FOL90] Foley J., van Dam A. et al,

Computer Graphics Principles and Practice, Addison-Wesley, 1990

Abtastfrequenz sind Aliasing - Effekte auf. Eine Erhöhung der Abtastfrequenz kann Abhilfe verschaffen.

13.3. Antialiasing

- **Supersampling:** Das Arbeiten mit einer **erhöhten Abtastrate** (höhere Auflösung) wird als **Supersampling** bezeichnet. Eine derartige Technik wird z.B. beim Ray Tracing angewendet. Supersampling kann kostspielig sein. Durch Supersampling können Aliasingeffekte zwar verringert, jedoch niemals vollständig vermieden werden.
- **Tiefpaßfilterung:** Wird die Signalfunktion **vor der Abtastung** einer **Tiefpaßfilterung** unterworfen, so können Aliasingeffekte u.U. vollständig vermieden werden.

Area Sampling:

Diese Technik geht von der Vorstellung aus, daß eine reale Linie eine von Null verschiedene Dicke besitzt.

Prinzip: Um die Linie (Strecke) herum wird eine Hülle (Rechteck) der Breite 1 Pixel gelegt (Abb.13.6). Die Pixel des Rasters liegen teilweise innerhalb (Teilfläche F_i) und teilweise außerhalb (Teilfläche F_a) dieses Rechtecks. Der Einfachheit halber gilt $F_i + F_a = 1$. Das

betrachtete Pixel wird nun, gewichtet entsprechend seinem im Inneren des Rechtecks liegenden Flächenanteil F_i , mit dem Grauton $g(x,y)$ eingefärbt:

$$g(x,y) = F_i * g_0$$

(g_0 Grauton ohne Antialiasing)

Als Ergebnis wird eine Linie erzeugt, deren Grautöne mit dem Abstand zur Mittellinie des Rechtecks abnehmen (s. Abb. 13.7). Dieses Ergebnis entspricht einer 1 Pixel breiten "idealen" Linie, die einer Tiefpaßfilterung unterworfen wurde (s. Faltungsoperation Mittelwert Kapitel 6).

Weighted Area Sampling:

Obwohl das oben geschilderte Verfahren bereits recht gute Resultate liefert sind weitere Verbesserungen möglich. Entsprechend der Filtertheorie kann eine Gewichtsfunktion eingeführt werden.

Hierzu wird ein Kegel (Radius der Grundfläche = 1Pixel) gewählt (Abb. 13.8). Die Flächenanteile werden jetzt um so stärker gewichtet, je näher sie dem Mittelpunkt der Grundfläche sind. Das Gewicht am Rand ist Null.

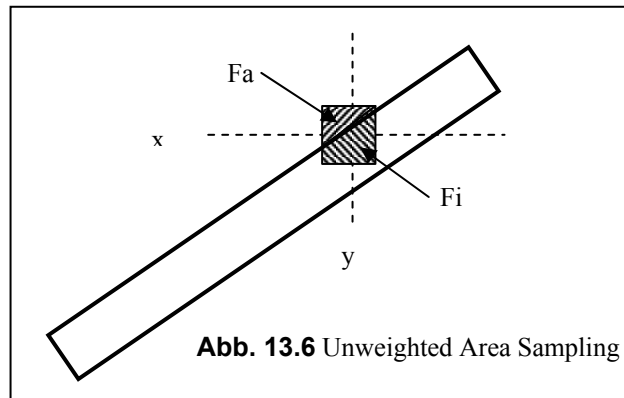


Abb. 13.6 Unweighted Area Sampling

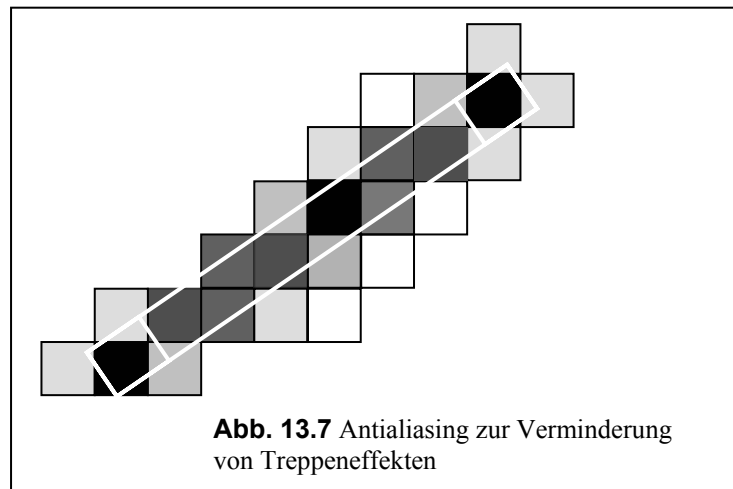


Abb. 13.7 Antialiasing zur Verminderung von Treppeneffekten

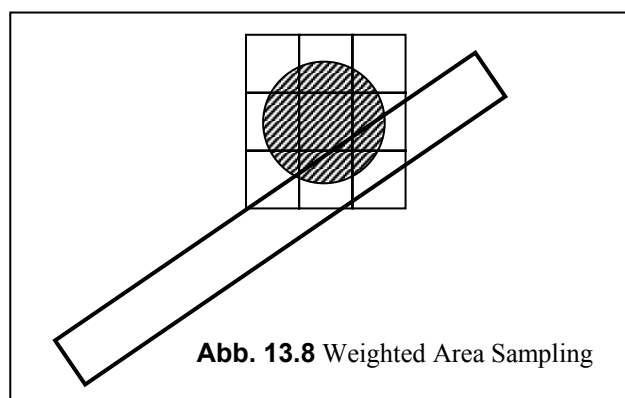


Abb. 13.8 Weighted Area Sampling