Fachhochschule Darmstadt

I1dEx3

Probeklausur, 14. Dezember 2004
Analysis für I1d, LV-Nr. 30.4102
Gruppe A

Name:

Matr.-Nr.:

Hinweise:

- *Dieses Aufgabenblatt ist lesbar mit Ihrem Na~~h~~men und Ihrer Matrikelnummer zu versehen und als Deckblatt Ihren Lösungen bei der Abgabe beizufügen.*
- *Aus den 6 gestellten Aufgaben müssen 5 Aufgaben ausgewählt werden. Es werden die Lösungen von nur 5 Aufgaben bewertet.*
- *Um für jede Aufgabe die erreichbaren Punktezahlen zu erhalten, müssen die Lösungswege der Aufgaben erkennbar sein.*
- *Lösungen oder Teile von Lösungen, die mit Bleistift geschrieben wurden oder durchgestrichen sind, werden als nicht geschrieben bewertet.*
- *Zulässige Hilfsmittel sind Taschenrechner aller Art und eine eigene vierseitige (DIN A4) Formelsammlung.*
- *Bearbeitungszeit: 90 Minuten*

Bewertung:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	gesamt
erreichbare Punktezahl	6	6	6	6	6	6	36
erreichte Punktezahl							

Note:

Unterschrift des Prüfers:

Gruppe A, 1. Aufgabe

Gegeben seien die Punkte $P_1 = (1, 0, 0)$, $P_2 = (4, 3, 0)$ und $P_3(0, 5, 2)$. Wie ist die dritte Koordinate p des Punktes $P_4 = (0, 0, p)$ zu wählen, damit alle vier Punkte in einer gemeinsamen Ebene liegen?

Gruppe A, 2. Aufgabe

Gegeben sei die Gleichung

$$-\frac{\ln x}{x} = 1.$$

(a) Untersuchen Sie anhand einer Skizze, wie viele Lösungen diese Gleichung hat.

(b) Bestimmen Sie eine Näherungslösung dieser Gleichung mit Hilfe des Newton-Verfahrens

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}, \qquad i = 0, 1, \ldots$$

Wählen Sie eine geeignete Anfangslösung x_0 und führen Sie mindestens zwei Iterationsschritte aus.

Gruppe A, 3. Aufgabe

(a) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim_{n\to\infty} a_n$ der Folge $\{a_n\}$ mit

$$a_n = \frac{(3n-4)^3}{4-3n^3}.$$

(b) Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der Folge $\{a_n\}$ mit

$$a_n = \frac{n! \cdot n}{(n+1)!}.$$

(c) Für welche Werte von x ist die Potenzreihe

$$\frac{1}{1\cdot 3}x + \frac{1}{2\cdot 4}x^2 + \frac{1}{3\cdot 5}x^3 + \frac{1}{4\cdot 6}x^4 + \dots$$

konvergent? (Hinweis: Verwenden Sie das Quotientenkriterium zur Berechnung des Konvergenzradius.)

Gruppe A, 4. Aufgabe

(a) Bestimmen Sie eine Lösung der Gleichung

$$3^{\left(2^{x+1}\right)} = 2^{\left(3^{x-1}\right)}.$$

(b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung

$$\frac{x-1}{|1-x|} \leq 1.$$

Gruppe A, 5. Aufgabe

Gegeben sei eine gebrochen rationale Funktion $f(x)$. Die Funktion $f(x)$ habe zwei einfache Nullstellen bei $x = 1$ und $x = -1$. Außerdem hat $f(x)$ eine Polstelle 1. Ordnung bei $x = 0$. Weitere Nullstellen und Polstellen liegen nicht vor, die Funktion hat keine Lücken. Außerdem gilt für die Funktion $f(x)$ die Gleichung

$$f(2) = -1.$$

(a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von $f(x)$.

(b) Berechnen Sie den Anstieg der Funktion $f(x)$ an ihren Nullstellen.

(c) Geben Sie die Gleichung der Asymptote von $f(x)$ für $x \to \pm\infty$ an.

Gruppe A, 6. Aufgabe

Bestimmen Sie die ersten Ableitungen der Funktionen

(a) $f(x) = \tan t + a \sin x - \ln x + \dfrac{3}{x^3} - \dfrac{x^5}{5} + \dfrac{1}{2},$

(b) $f(x) = \operatorname{artanh} x$ mit $\operatorname{artanh} x = \dfrac{1}{2} \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right),$

(c) $f(x) = x^{\ln x}.$

Fachhochschule Darmstadt

I1dEx4

Probeklausur, 14. Dezember 2004
Analysis für I1d, LV-Nr. 30.4102
Gruppe B

Name: **Matr.-Nr.:**

Hinweise:

- *Dieses Aufgabenblatt ist lesbar mit Ihrem Na~~h~~men und Ihrer Matrikelnummer zu versehen und als Deckblatt Ihren Lösungen bei der Abgabe beizufügen.*
- *Aus den 6 gestellten Aufgaben müssen 5 Aufgaben ausgewählt werden. Es werden die Lösungen von nur 5 Aufgaben bewertet.*
- *Um für jede Aufgabe die erreichbaren Punktezahlen zu erhalten, müssen die Lösungswege der Aufgaben erkennbar sein.*
- *Lösungen oder Teile von Lösungen, die mit Bleistift geschrieben wurden oder durchgestrichen sind, werden als nicht geschrieben bewertet.*
- *Zulässige Hilfsmittel sind Taschenrechner aller Art und eine eigene vierseitige (DIN A4) Formelsammlung.*
- *Bearbeitungszeit: 90 Minuten*

Bewertung:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	gesamt
erreichbare Punktezahl	6	6	6	6	6	6	36
erreichte Punktezahl							

Note:

Unterschrift des Prüfers:

Gruppe B, 1. Aufgabe

(a) Bestimmen Sie eine Lösung der Gleichung

$$\left(2^{x+3}\right)^{x-1} = \left(2^{x-2}\right)^{x+2}.$$

(b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung

$$\frac{x+2}{|x-1|} \leq -1.$$

Gruppe B, 2. Aufgabe

Gegeben sei eine gebrochen rationale Funktion $f(x)$. Die Funktion $f(x)$ habe zwei einfache Nullstellen bei $x = 0$ und $x = -1$. Außerdem hat $f(x)$ eine Polstelle 1. Ordnung bei $x = 1$. Weitere Nullstellen und Polstellen liegen nicht vor, die Funktion hat keine Lücken. Außerdem gilt für die Funktion $f(x)$ die Gleichung

$$f(-2) = 1.$$

(a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von $f(x)$.

(b) Berechnen Sie den Anstieg der Funktion $f(x)$ an ihren Nullstellen.

(c) Geben Sie die Gleichung der Asymptote von $f(x)$ für $x \to \pm\infty$ an.

Gruppe B, 3. Aufgabe

(a) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion

$$f(x) = \ln|x|.$$

(b) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema der Funktion

$$f(x) = \ln|x| - x.$$

(c) Bestimmen Sie die Wendepunkte der Funktion

$$f(x) = \ln|x| + x^2.$$

Gruppe B, 4. Aufgabe

Gegeben seien die drei Punkte

$$P_1 = (2,5,0), \qquad P_2 = (0,3,4), \qquad P_3(0,0,1).$$

Wie ist die erste Koordinate p des Punktes $P_4 = (p,0,0)$ zu wählen, damit alle vier Punkte in einer gemeinsamen Ebene liegen?

Gruppe B, 5. Aufgabe

Gegeben sei die Gleichung

$$\frac{2^x}{1-x} = 2.$$

(a) Untersuchen Sie anhand einer Skizze, wie viele Lösungen diese Gleichung hat.

(b) Bestimmen Sie eine Näherungslösung dieser Gleichung mit Hilfe des Newton-Verfahrens

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}, \qquad i = 0, 1, \ldots$$

Wählen Sie eine geeignete Anfangslösung x_0 und führen Sie mindestens zwei Iterationsschritte aus.

Gruppe B, 6. Aufgabe

(a) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$ der Folge $\{a_n\}$ mit

$$a_n = \frac{(1-n)\cdot(n-1)!}{n!}.$$

(b) Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der Folge $\{a_n\}$ mit

$$a_n = \frac{3-2n^4}{(2n-3)^4}.$$

(c) Für welche Werte von x ist die Potnzreihe

$$\frac{1}{2\cdot 3}x + \frac{2}{3\cdot 4}x^2 + \frac{3}{4\cdot 5}x^3 + \frac{4}{5\cdot 6}x^4 + \ldots$$

konvergent? (Hinweis: Verwenden Sie das Quotientenkriterium zur Berechnung des Konvergenzradius.)