Fachhochschule Darmstadt

Übungsaufgaben, Serie 8
Analysis für Informatiker
1. Semester, I1d

Name: **Matr.-Nr.:** | | | | | | |

Hinweise:

- *Dieses Aufgabenblatt ist lesbar mit Ihrem Nahmen und Ihrer Matrikelnummer zu versehen und als Deckblatt Ihren Lösungen bei der Abgabe beizufügen.*
- *Um für jede Aufgabe die erreichbaren Punktezahlen zu erhalten, müssen die Lösungswege der Aufgaben erkennbar sein.*
- *Lösungen oder Teile von Lösungen, die mit Bleistift geschrieben wurden oder durchgestrichen sind, werden als nicht geschrieben bewertet.*
- *Zulässige Hilfsmittel sind Taschenrechner aller Art und eine eigene vierseitige (DIN A4) Formelsammlung.*
- *Bearbeitungszeit: 90 Minuten*

Aufgaben:

1. Gegeben sei die Funktion
$$f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}.$$
   a) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich und den Wertebereich von f an.
   b) Ermitteln Sie alle Nullstellen, lokalen Extremwerte und Wendepunkte von f.
   c) Untersuchen Sie, ob die Funktion f Polstellen hat.
   d) Geben Sie die Intervalle des Definitionsbereichs von f an, in denen f stetig ist.

2. Berechnen Sie den Grenzwert
$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right).$$

3. Entwickeln Sie die Funktion $f(x) = \mathrm{e}^{x^2} - \mathrm{e}^{-x^2}$ im Punkt $x_0 = 0$ in eine Taylor-Reihe. Verwendenden Sie dabei die MacLaurin-Reihe für die Funktion e^x,
$$\mathrm{e}^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \ldots$$
   Geben Sie mindestens die ersten drei von Null verschiedenen Summanden der Taylor-Reihe von f an.

4. Bestimmen Sie alle Stammfunktionen für die Funktion $f(x)$.

   a)
   $$f(x) = x^3 \cdot \ln x$$

   b)
   $$f(x) = \mathrm{e}^x \cdot \cos\left(2\mathrm{e}^x\right)$$

5. Berechnen Sie die Oberfläche $S(K)$ des Rotationskörpers K, der entsteht, wenn die Funktion $f(x) = x^3$ im Bereich $0 \leq x \leq 1$ um die x-Achse rotiert. Verwenden Sie die Formel
   $$S(K) = 2\pi \int_a^b f(x)\sqrt{1 + \left(f'(x)\right)^2}\, dx + \pi \left(f^2(a) + f^2(b)\right).$$

Bewertung:

Aufgabe	1	2	3	4	5	gesamt
erreichbare Punktezahl	10	7	4	9	7	37
erreichte Punktezahl						

Note: $\square$ Unterschrift des Prüfers: