

# Analysis für Informatiker, 1. Semester

## Übungsaufgaben, Serie 4

1. Wählen Sie die Parameter  $a$  und  $b$  so, daß die Funktion  $y = ax + b$  durch das Wertepaar  $(5, 3)$  geht und a) gerade oder b) ungerade sei.

2. Bestimmen Sie Definitionsbereich, Wertebereich und Umkehrfunktion für:

a)  $y = \frac{1}{1-x}$ ,    b)  $y = \sqrt{x^2+4} + 2$ ,

c)  $y = \frac{2^x}{1+2^x}$ ,    d)  $y = \frac{x-2}{x+4}$ .

3. Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf ihre Symmetrieeigenschaften:

a)  $y = -|x|$ ,    b)  $y = -x^3$ ,    c)  $y = -\frac{2}{1+x^2}$ ,    d)  $y = x^4 - 2x^2$ ,

e)  $y = x \cos x$ ,    f)  $y = x^2 \sin x$ ,    g)  $y = \sin x - \cos x$ .

4. Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionen beschränkt sind:

a)  $y = \frac{3}{2}x - 2$ ,    b)  $y = -x^2 + 1$ ,    c)  $y = -\cos x + 1$ .

5. Welche der folgenden Funktionen sind periodisch:

a)  $y = \sin^2 x$ ,    b)  $y = \sin x^2$ ,    c)  $y = 1 + \tan x$ ,

d)  $y = 5$ ,    e)  $y = x \cos x$ .

6. Skizzieren Sie die folgenden Funktionen:

a)  $y = x + \frac{1}{x}$ ,    b)  $y = x^2 + \frac{1}{x}$ ,    c)  $y = x + \frac{1}{x^2}$ ,

d)  $y = \frac{1}{1+x^2}$ ,    e)  $y = \frac{1}{1-x^2}$ ,

f)  $y = \sin x$ ,    g)  $y = 4 \sin x$ ,    h)  $y = \sin(x + \frac{\pi}{4})$ ,    i)  $y = \sin(4x)$ ,

k)  $y = \begin{cases} \frac{x}{2} + 1 & : x \leq 0 \\ 1 & : 0 < x \leq 2 \\ x - 1 & : 2 < x \end{cases}$ .

7. Wie sieht der Graph folgender Funktionen aus, wenn der Graph von  $f(x)$  bekannt ist:

a)  $g(x) = \frac{1}{2} (|f(x)| + f(x))$ ,    b)  $h(x) = \frac{1}{2} (|f(x)| - f(x))$  ?

8. Es seien  $P_n(x)$  und  $P_m(x)$  Polynome in  $x$  mit  $m > n$ . Welchen Grad haben die folgenden Polynome:

a)  $P_n(x) + P_m(x)$ ,    b)  $P_n(x) - P_m(x)$ ,    c)  $P_n(x) \cdot P_m(x)$ ,    d)  $3 \cdot P_n(x)$ ,    e)  $x^3 \cdot P_n(x)$  ?

9. Bestimmen Sie  $a$  und  $b$  in  $f(x) = ax^2 + bx + c$  unter der Bedingung  $f(x+1) - f(x) = 8x + 3$  !

10. Es sei  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ . Gesucht sind alle  $x \in \mathbb{R}$ , für die gilt

a)  $f(x) = f(0)$ ,    b)  $f(x) = f(-1)$  !

11. Die Gleichung für einen Trägerbogen einer Eisenbahnbrücke sei eine Parabel 2. Ordnung. Die Länge der Brücke betrage 49m, die höchste Höhe des Bogens in der Mitte der Brücke sei 7m. Bei Brückenanfang und -ende berührt der Träger den Erdboden (Höhe 0m).  
 a) Ermitteln Sie die Gleichung der Parabel!  
 b) In welchem Abstand von der Brückenmitte hat der Bogen eine Höhe von 3.50?

12. Skizzieren Sie nach Ermittlung von Nullstellen, Scheitelpunkt und Schnittpunkt mit der  $y$ -Achse

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{10}{3} !$$

13. Der durchhängende Draht einer Hochspannungsleitung hat die Form einer quadratischen Parabel; die Masten haben eine Höhe von 12m und stehen im ebenen Gelände in einem Abstand von 160m. Die Leitung hänge zwischen beiden Masten an der tiefsten Stelle 5m durch. In welcher Höhe über dem Erdboden verläuft die Leitung in einer Entfernung von 20m vom Mast?

14. Bestimmen Sie die Koeffizienten  $a, b, c$  der quadratischen Funktion  $y = ax^2 + bx + c$  mit den Nullstellen  $x_1 = -2$  und  $x_2 = 6$  und dem Scheitelwert  $y_S = 20$ .

15. Ermitteln Sie Nullstellen, Polstellen, Lücken und Asymptoten der folgenden Funktionen:

$$\text{a) } f(x) = \frac{3x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 2}, \quad \text{b) } f(x) = x - 4 + \frac{6x + 6}{x^2 - 1}, \quad \text{c) } f(x) = \frac{x^4 - 3x^2 - 4}{x^2 - 4} .$$

16. Bestimmen Sie sämtliche Nullstellen der folgenden Polynome:

$$\text{a) } P_3(x) = x^3 + 10x^2 + 31x + 30 ,$$

$$\text{b) } P_4(x) = x^4 + 15x^3 + 79x^2 + 145x !$$

Geben Sie die Polynome in Produktdarstellung an!

17. Ermitteln Sie für das Polynom  $P_5(x) = x^5 - x^4 - 19x^3 - 11x^2 + ax + 200$  den Koeffizienten  $a$  so, daß das resultierende Polynom die Nullstelle  $x = 2$  besitzt.